



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA “FORO ITALICO”

**Università degli Studi di Roma “Foro Italico”**  
**Dipartimento di Scienze motorie, umane e della salute**

Corso di specializzazione per le attività di sostegno

**Approfondimento Teorico**

---

**L’approccio visivo nell’insegnamento della matematica**

Corsista

**Marco Vincenzo Testa**

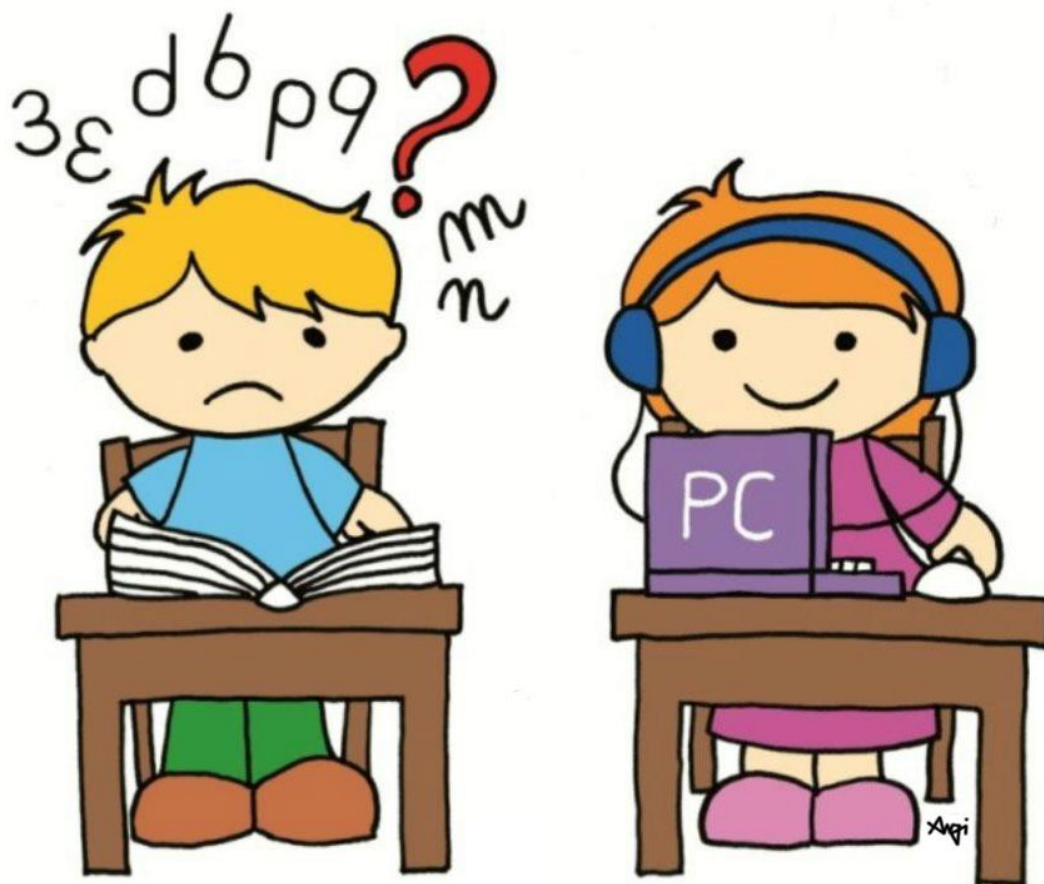
*Testa Marco*

Referente:

**Prof. Claudio Marchesano**

*Claudio Marchesano*

*A.A. 2016/2017*



“...Ciò che funziona per lo studente con DSA funziona per tutti, ma non è vero il contrario” (G. Stella).

## Indice

<b>La visualizzazione .....</b>	<b>4</b>
<b>Una matematica visuale nuovi approcci possibili .....</b>	<b>5</b>
<b>Il metodo Singapore .....</b>	<b>7</b>
<b>Riflettere sull'insegnamento della matematica .....</b>	<b>9</b>
<b>Bibliografia e sitografia .....</b>	<b>11</b>

## La visualizzazione

I concetti della Matematica non esistono nella realtà concreta (il punto P, il numero 3, l'addizione) per cui è necessario rappresentarli attraverso un registro semiotico.

In Matematica non si impara a maneggiare i concetti, ma le loro rappresentazioni semiotiche. Le rappresentazioni visuali, le immagini mentali, le impressioni e le esperienze associate al nome del concetto possono essere tradotte in forme verbali. Ma è importante ricordare che queste forme verbali non sono state le prime cose evocate nella nostra memoria quando abbiamo sentito o visto il nome del concetto.

La gente ricorda gli aspetti visuali di un concetto meglio dei suoi aspetti analitici.

La visualizzazione è un modo di rappresentare "esternamente" oggetti matematici. Alcuni Autori, recentemente, hanno approfondito le questioni connesse alla rappresentazione in matematica. In particolare, R. Duval osserva che «gli oggetti matematici non sono direttamente accessibili alla percezione come sono gli oggetti comunemente detti 'reali' o 'fisici'»; pertanto «le diverse rappresentazioni semiotiche di un oggetto matematico sono assolutamente necessarie»; egli evidenzia tuttavia che «è l'oggetto rappresentato che importa, e non le sue diverse rappresentazioni semiotiche possibili». «la distinzione tra un oggetto e la sua rappresentazione è dunque un punto strategico per la comprensione della matematica»

La varietà dei possibili registri rappresentativi è non solo utile per l'apprendimento, ma addirittura indispensabile.

Ciò acquista una maggiore rilevanza per quegli alunni che sono carenti di capacità astrattive. La visualizzazione, in qualità di mezzo per la rappresentazione di oggetti matematici, assume dunque importanza primaria nella didattica della matematica. Il ricorso all'immagine offre allo studente la possibilità di accostarsi gradualmente ed efficacemente all'astrazione algebrica; la visualizzazione non deve essere considerata, come spesso accade, con diffidenza, e talvolta addirittura esplicitamente evitata, dagli studenti e dagli insegnanti di matematica.

## Una matematica visuale, nuovi approcci possibili

Un approccio possibile nella didattica della matematica<sup>1</sup> consiste nel partire, ove possibile, dall'aspetto visuale di un problema invece che dalla sua espressione testuale. Brevi avvii multimediali (siano essi video o immagini) collocano lo studente in medias res, introducono in forma naturale un contesto di realtà e aprono a domande semplici socializzate nel gruppo classe.

Grazie ad un'apertura visuale, gli studenti si trovano coinvolti nella formulazione stessa dei problemi e non solo nella loro risoluzione e sono invitati a proporre stime intuitive dei possibili risultati.

Gli studenti si trovano, partendo dall'oggetto multimediale, a costruire un proprio modello di astrazione del problema, all'interno del quale selezionare e ricercare le informazioni utili e significative e a scegliere un adeguato sistema di rappresentazione entro il quale operare per trovare la soluzione.

Successivamente vi è l'argomentazione della verifica e la validazione delle soluzioni trovate. Le proprie supposizioni e i propri risultati vengono controllati attraverso il confronto con la situazione originale (sempre in forma visuale) e il modello adottato accettato e nel caso ulteriormente affinato o rigettato.

L'approccio visuale aumenta curiosità e dubbi e sopperisce alla ricorrente mancanza di iniziativa e di memoria da parte degli studenti troppo spesso abituati al fatto che il numero di informazioni nei testi dei problemi sia precisamente uguale a quello presente nelle formule da utilizzare e si trovino sempre alla ricerca di schemi da applicare in cui collocare i dati ricevuti.

Pensiamo al tiro a canestro di una palla da basket <http://vimeo.com/44572572>. Il video del lancio si interrompe a metà lasciando in sospeso l'esito e incuriositi gli studenti che si trovano a indovinare cosa succederà del pallone e a chiedersi come verificarlo.

Gli alunni possono inserire l'ultimo fotogramma del video in un file Geogebra, introducendo un sistema di assi cartesiani per costruire una parabola sulla traiettoria di volo, a concluderla.

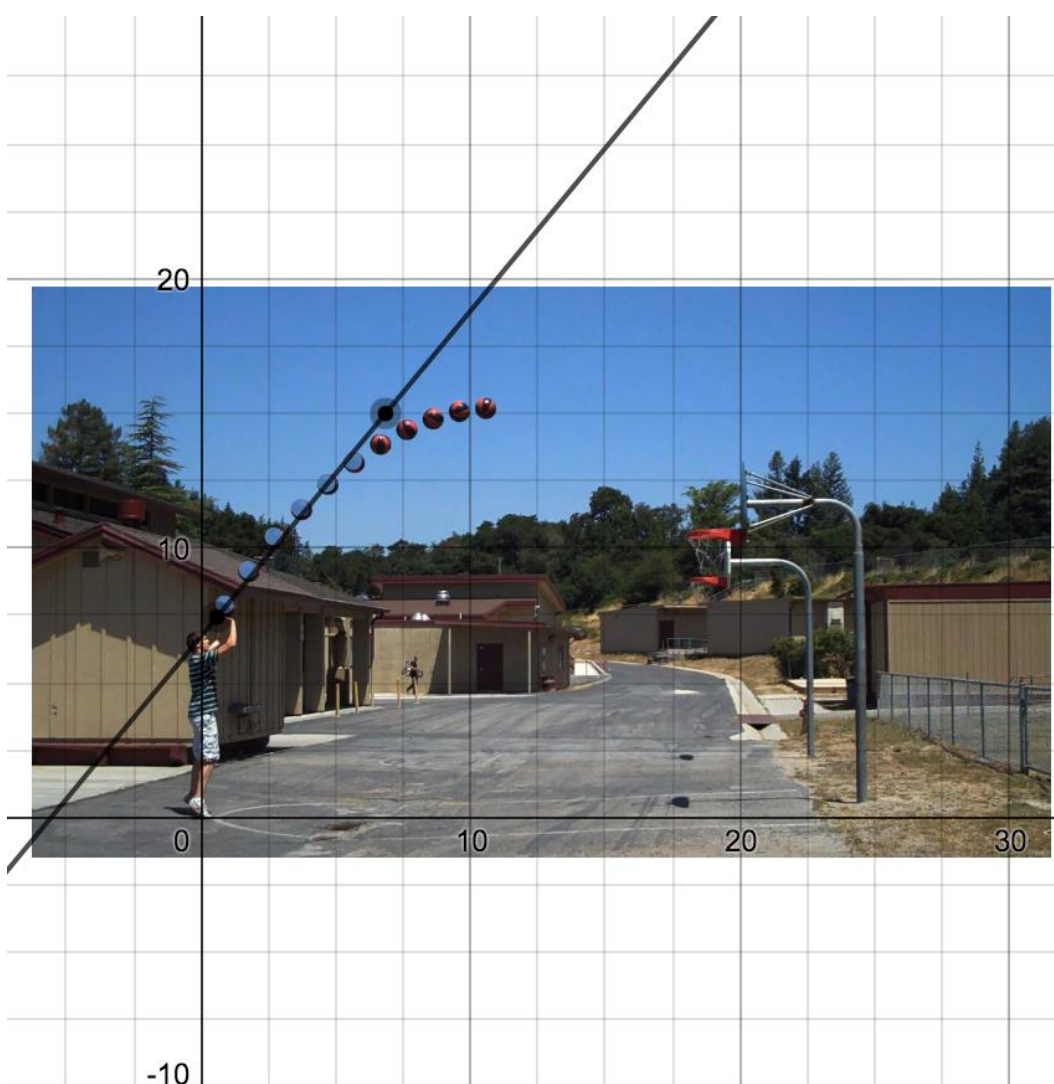
Gli studenti si trovano a operare in modo accurato sui coefficienti dell'equazione di secondo grado per adattare la curva alla traiettoria e al termine verificano la conclusione a cui sono giunti visualizzando la seconda parte del video.

Questo tipo di azioni didattiche basate sull'uso 'tecnologico' del visuale, secondo l'idea di Meyer, porta il mondo reale in aula e trasforma in modo naturale i problemi in quesiti di matematica e realtà, abituando lo studente sempre più a leggere la matematica nella realtà che lo circonda e a sviluppare 'nuove' competenze matematiche. Tutto ciò senza che venga meno la parte operativa e di capacità di calcolo anche algebrico senz'altro decisamente presente nella parte centrale di ogni attività proposta. Tale approccio percorribile anche in presenza del solo computer e videoproiettore, risulta

---

<sup>1</sup> Dan Meyer <http://blog.mrmeyer.com/>

particolarmente interessante se integrato con l'uso di LIM e/o,di Tablet per un'esplorazione anche individuale da parte degli studenti degli oggetti mediali da annotare e tracciare.



## Il metodo Singapore

Un ulteriore approccio visuale che può trarre giovamento dall'uso dei nuovi strumenti, anche se in maniera del tutto differente da quello precedentemente esposto, è quello usato nella Repubblica di Singapore. Come noto, da più di un decennio, gli studenti di Singapore registrano esiti eccellenti (non solo) in matematica in tutti i test internazionali (TIMMS e PISA). Il focus centrale della loro didattica della matematica è il problem solving sviluppato secondo il modello pedagogico di Bruner CPA (Concrete – Pictorial – Abstract) che colloca l'approccio concreto e iconico-visuale come preliminare alla comprensione e all'apprendimento di concetti astratti. Sul sito <https://www.matematicapovolta.it/> sono presenti diversi esempi di attività e esercizi particolarmente approfonditi sul curriculum matematico delle primarie e secondarie di primo grado e su un approccio alle operazioni aritmetiche incentrato sul dare senso e significato ai passaggi di calcolo.

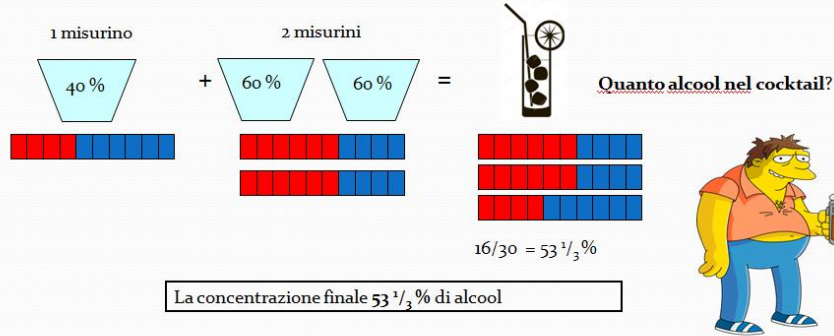
Tali attività vengono svolte a Singapore con ampio impiego di cartoncini colorati, matite ritagli etc., ma ci sembra sempre più possibile e utile nelle nostre classi, soprattutto con studenti più grandi, sfruttare l'interattività e la flessibilità fornita dagli strumenti dei software LIM (o dei tablet individuali) per riprodurli. Tali strumenti software permettono l'uso di forme, di colori, il riposizionamento di oggetti e risultano utili per velocizzare le attività, recuperare in caso di errori e riutilizzare i contenuti opportunamente salvati.

Il metodo visuale più caratteristico dell'approccio matematico di Singapore è il cosiddetto metodo a barre. Il metodo a barre, a dire il vero, appare già diffuso e utilizzato anche da diversi docenti italiani della scuola primaria che spesso ne fanno uso proprio sfruttando gli strumenti della lavagna interattiva, ma in generale risulta poco presente nei libri di testo e poco 'convenzionale' o integrato nella didattica tradizionale, di solito più sbilanciata verso l'approccio algebrico. Ad ogni modo il metodo visuale anche per gli studenti di Singapore è solo preliminare a quello algebrico che viene comunque inserito in un secondo momento. Riporto due esercizi riguardanti percentuali e proporzioni. Tali esercizi da me creati sono disponibili su:

[http://www.matematicapovolta.it/foro\\_italico/2017/lavori\\_2018/Agnello\\_Gentileschi\\_%20Notaro2\\_Testa.pptx](http://www.matematicapovolta.it/foro_italico/2017/lavori_2018/Agnello_Gentileschi_%20Notaro2_Testa.pptx)

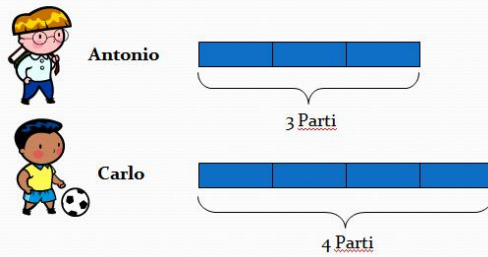
# Rapporti, Proporzioni e Percentuali

- Se un barman mescola un misurino di liquore con il 40% di alcool con 2 misurini di un altro liquore con il 60% di alcool, quale sarà la percentuale di alcool totale?



# Rapporti e proporzioni

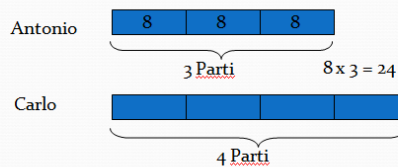
- Il rapporto tra le figurine di Antonio e Carlo è 3:4 inizialmente. Dopo aver comprato altre 40 figurine Antonio ne ha il doppio di quelle di Carlo. Quante figurine aveva Antonio inizialmente?



# Soluzione

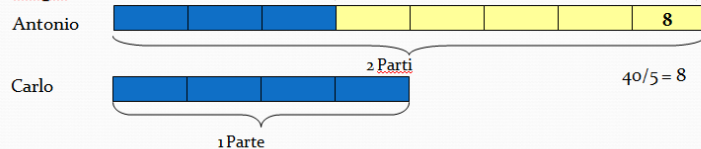


## Prima



Antonio ne aveva 24 all'inizio

## Dopo





## Riflettere sull'insegnamento matematica

Una delle debolezze strutturali della scuola italiana stà nella mancata coerenza delle più diffuse strategie scolastiche con i reali processi di apprendimento degli allievi. La prassi corrente, specie nelle scuole superiori, è quella della lezione frontale, seguita da esercitazioni e conclusa dalle prove di verifica. Una procedura che non tiene conto dei diversi stili cognitivi, delle spesso mancate motivazioni degli studenti, dello sforzo di comprendere informazioni e di sistamarle in sintesi coerenti e significative.

L'insegnamento e l'apprendimento così spesso si appiattiscono, riducendo i contenuti disciplinari a frammenti di conoscenza da ritenere e memorizzare a scadenza medio-breve per superare le interrogazioni e i compiti in classe tralasciando le esigenze e i bisogni di molti alunni.

Eppure, i processi conoscitivi sono stati ampiamente esplorati dalla pedagogia più recente, essi dovrebbero far parte della cultura professionale degli insegnanti, che arricchirebbero così il proprio bagaglio di strategie didattiche nell'insegnamento dei saperi disciplinari.

Le opportunità tecnologiche e metodologiche offerte dai nuovi strumenti sono molteplici e possono venirci in aiuto. Sarebbe auspicabile che i vari ambienti di lavoro integrino sempre più le risorse visuali con i problemi tradizionalmente posti e le attività esplorative anche di tipo touch con gli strumenti automatici consueti. Ma se la matematica non è solo calcolo, e si pone sempre più come 'pensare matematico', il visuale è sicuramente la chiave di ingresso per un nuovo mondo accattivante ed impegnativo al contempo. Generalmente chiediamo ai nostri studenti di lavorare ai pioli più alti della scala di astrazione e identifichiamo spesso un bravo studente di matematica come uno studente in grado implementare correttamente formule risolutive. Queste sono capacità senza dubbio importanti e utili, ma la matematica è anche la capacità di porre buone domande, proporre valide stime, creare forti astrazioni. E questo si ottiene al piolo più basso della scala dell'astrazione risalendo e riscendendo tutta la scala. La tecnologia di rete permette anche questo: una riflessione collettiva e dialettica sulla matematica stessa. Bisogna, inoltre far capire agli alunni che cos'è la matematica esplicitando che essa non è solamente una collezione di sterili formule da applicare, ma cercando di trovare il più possibile un legame con la realtà sfruttando processi mentali che hanno a che fare con il loro agire quotidiano portandoli a sviluppare competenze ed atteggiamenti imprescindibili per i cittadini delle società di domani prima di dar loro delle tecniche di calcolo. Proponendo una matematica diversa, visiva, "per problemi" potremmo agire sulla scarsa motivazione a far matematica. Personalmente credo che non esistono metodi o strategie preconfezionati, e che il docente deve porsi nell'agire professionale come un ricercatore, ovvero un

“professionista riflessivo”<sup>2</sup>, arricchendo la propria “cassetta degli attrezzi” con un numero sempre maggiore di metodologie per essere più flessibile e cambiarle se non sono efficaci.

Individuare i percorsi più idonei e funzionali a realizzare una didattica inclusiva ed una effettiva integrazione. La matematica, infatti, ha un'importanza che va al di là dell'utilità immediata, rappresenta un potente strumento di interpretazione della realtà. Certe nozioni, direttamente o indirettamente, contribuiscono a migliorare la qualità della vita quotidiana, di tutti gli alunni, sono un allenamento al senso critico, al ragionamento.

La geometria, ancor più per un ragazzo con grave disabilità motoria, può servire all'educazione della visione e dell'organizzazione spaziale. Non si può precludere un tale beneficio ad un alunno, solo perché si ritenga abbia dei limiti nell'apprendimento. Ne va di mezzo la sua piena integrazione sociale. Si tratta allora di lavorare per una didattica accessibile, in grado di rendere il percorso scolastico, oltre che maggiormente efficace, anche più piacevole e motivante, sia per gli studenti che per i docenti e di garantire a entrambi il raggiungimento di un concreto vissuto di successo personale. Una didattica che supporti non solo gli studenti con DSA o con altri BES, ma in cui tutti, anche le eccellenze, apprendano in maniera soddisfacente e funzionale, grazie all'utilizzo di **strategie didattiche inclusive e innovative in grado di sostenere gli stili di apprendimento di tutti**. “...Ciò che funziona per lo studente con DSA funziona per tutti, ma non è vero il contrario” (G. Stella).

La reale applicazione di una “democrazia dell'apprendimento” chiede a gran voce al docente di assumere una mentalità da ricercatore: un ricercatore che osserva il proprio gruppo classe e i singoli studenti, che impara a conoscerne le caratteristiche e le preferenze in termini di modalità di apprendimento, che cerca e sperimenta metodi e lavora a una didattica estremamente meditata nella sua fase progettuale. Un ricercatore che parta dalla reale conoscenza di chi si siede, o si sdraia, o si accartoccia davanti al banco di scuola. Un ricercatore che sappia comprendere cosa non funziona nel caso di ostacoli all'apprendimento e si metta in gioco per trovare proposte in grado di riaccendere la disponibilità ad apprendere di ciascuno.

---

<sup>2</sup> Schon D., Il professionista riflessivo, Bari, Dedalo, 1993.

## Bibliografia

BAILEY S., 3 Reasons Why Singapore Math Curriculum is Recommended by the NCTM For U.S. Schools, in PA Coalition for World Class Math, pubbl. su [www.paworldclassmath.com](http://www.paworldclassmath.com).

BBC Skillswise, Can the Singapore method help your children learn maths?, in [www.bbc.co.uk](http://www.bbc.co.uk)

HOWARD, G., *Formae mentis. Saggio sulla pluralità dell'intelligenza*, Feltrinelli, Milano 1987, 2002.

IANES D., *La speciale normalità, Strategie di integrazione e inclusione per le disabilità e i Bisogni Educativi Speciali*, Erickson, 2006

RICHARDSON F.C. - SUINN R.M., The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric data, *Journal of Counseling Psychology*, 1972, 19, 551-554. 14

SARASON I.G., Test anxiety, worry, and cognitive interference, in R. SCHWARZER (cur.), *Self-related cognitions in anxiety and motivation* (pp. 19-33). Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1996.

WIGFIELD A. - MEECE J. L., Math anxiety in elementary and secondary school students. *Journal of Educational Psychology*, 1988, 80, 210-216.

WILLIAMS, J. E., Anxiety measurement: Construct validity and test performance *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 1994, 27, 302-307

## Sitografia

<http://blog.mrmeyer.com/>

<http://integrazionealunnidisabili.blogspot.it/2011/05/limportanza-della-matematica-per-gli.html>

<https://www.the74million.org/listicle/6-reasons-why-singapore-math-might-just-be-the-betterway>

[http://www.matematicapovolta.it/didattica\\_speciale\\_Matematica.html](http://www.matematicapovolta.it/didattica_speciale_Matematica.html)

[http://www.matematicapovolta.it/foro\\_italico/2017/lavori\\_2018/Agnello\\_Gentileschi\\_%20Notaro2\\_Testa.pptx](http://www.matematicapovolta.it/foro_italico/2017/lavori_2018/Agnello_Gentileschi_%20Notaro2_Testa.pptx)

<http://www.thedailyriff.com/2010/09/singapore-math-demystified-part-2-philosophy.php>

<http://www.unipd.it/ilbo/content/i-migliori-studenti-di-matematica-il-metodo-singapore>